

Übungen zur Vorlesung
Effiziente Algorithmen und Komplexitätstheorie

SoSe 2004

Blatt 11

AUFGABE 44 (5 Punkte):

Ein FPAS ist ein Approximationsschema für ein Optimierungsproblem Π , dessen Laufzeit polynomiell sowohl in $|I|$ als auch in $1/\epsilon$ ist, wobei I eine Eingabe für Π und ϵ den Fehlerparameter bezeichnet. Beachte, dass die Laufzeit eines FPAS polynomiell im Wert von $1/\epsilon$ sein darf, und nicht polynomiell in der Länge der Binärdarstellung $\log(1/\epsilon)$.

Sei ein SuperPAS ein Approximationsschema, dessen Laufzeit polynomiell sowohl in $|I|$ als auch in $\log(1/\epsilon)$ ist. Zeige, dass unter den Annahmen von Satz 12 aus Kapitel 4 gilt: Falls Π NP-hart ist, hat Π kein SuperPAS.

Daraus folgt, dass NP-harte Probleme kein SuperPAS erlauben, und daher ein FPAS das bestmögliche Approximationsschema darstellt.

AUFGABE 45 (5 Punkte):

Für das Scheduling-Problem auf m Maschinen seien $n = 2m$ Jobs gegeben, und es gelte $p_1 \geq p_2 \geq \dots \geq p_n$.

- Angenommen man weiß, dass der optimale Schedule jeder Maschine genau 2 Jobs zuordnet. Zeige, dass die Zuordnung „Maschine i bekommt die Jobs i und $n - i + 1$ “ (für $i = 1 \dots m$) ein optimaler Schedule ist.
- Es seien nun beliebig viele Jobs pro Maschine erlaubt, wobei insgesamt weiterhin $2m$ Jobs vorhanden sind. Zeige: Es gibt eine Eingabe, für die die Heuristik Longest Processing Time (LPT) nicht optimal arbeitet.

AUFGABE 46 (5 Punkte):

- Gib einen pseudopolynomiellen Algorithmus zur Lösung des MINIMUM MAKESPAN SCHEDULING Problems auf $m = 3$ Maschinen an.

Tipp: Definiere eine boolesche Funktion f folgendermaßen. Es gilt: $f(a_1, a_2, a_3, i) = 1 \Leftrightarrow$ „Füllstand (a_1, a_2, a_3) ist exakt erreichbar mit den Jobs $1 \dots i$ “.

- Entwirf unter Verwendung des Algorithmus aus (a) ein FPAS zur Approximation des MINIMUM MAKESPAN SCHEDULING Problems auf 3 Maschinen.
- Wie steht dies im Verhältnis zur starken NP-Härte von MINIMUM MAKESPAN SCHEDULING?

AUFGABE 47 (5 Punkte):

- Zeige, dass das allgemeine TSP stark NP-hart ist.

Tipp: Reduziere HAMILTON-KREIS auf das TSP in unärer Codierung.

- Gilt obige Aussage auch für das metrische TSP?