Detlef Sieling Dortmund, 22.1.2007

Übungsaufgaben zu
Binary Decision Diagrams
Wintersemester 2006/2007

Aufgabe 29

Zeige mit der Nečiporuk-Methode eine möglichst gute untere Schranke für die BDD-Größe der Funktion $\oplus cl_{n,3}$. Finde auch eine möglichst gute obere Schranke.

Aufgabe 30

Sei $Z = \{1, \ldots, n\}$. Alice und Bob bekommen als Eingaben Teilmengen x, y von Z. Gib möglichst effiziente Kommunikationsprotokolle für die folgenden Funktionen $f, g : \mathcal{P}(Z) \times \mathcal{P}(Z) \rightarrow \{0, 1\}$ an und schätze die Anzahl der ausgetauschten Bits möglichst gut ab.

a) $f(x, y) = \max\{x \cup y\}$.

b) $g(x, y) = \text{Median}\{x \cup y\}$.

Aufgabe 31

Sei $f : X \times Y \rightarrow \{0, 1\}$ und sei M_f die Kommunikationsmatrix von f. Zeige, dass die Kommunikationskomplexität von f durch $\text{rang}_{\mathbb{Z}_2}(M_f) + 1$ nach oben beschränkt ist.

Aufgabe 32

Sei $f : X \times Y \rightarrow \{0, 1\}$ und sei S eine Unterscheidungsmenge für f. Zeige, dass f auch eine Einweg-Unterscheidungsmenge der Größe $|S|$ hat. Zeige, dass die umgekehrte Folgerung im Allgemeinen nicht gilt.

Aufgabe 33

Die Funktion f_n ist auf den n^2 Variablen $x_{i,j}$, $1 \leq i, j \leq n$, definiert und berechnet genau dann eine 1, wenn die durch die Variablen beschriebene Matrix eine Zeile oder eine Spalte hat, die nur aus Einsen besteht. Sei n (und damit auch die Variablenzahl n^2) gerade. Zeige, dass für jede Partition (L, R) der Variablenmenge von f_n mit $|L| = |R| = n^2/2$ gilt, dass $\text{DQF}_{n/2}(y, z)$ auf $f_n^{(L,R)}$ rechteckreduzierbar ist. (Hierbei ist $\text{DQF}_l(y_1, \ldots, y_l, z_1, \ldots, z_l) = y_1 z_1 \vee \cdots \vee y_l z_l$.) Was folgt hieraus für die OBDD-Größe von f_n?