

Übungen zur Vorlesung
Quantenrechner: Algorithmen und Komplexität
Wintersemester 2004/2005
Blatt 6

Aufgabe 6.1

Seien $\varepsilon \in (0, 1)$ und $N = 2^n$ gegeben. Konstruiere einen möglichst kleinen Quantenschaltkreis, der eine Operation $U : \mathbb{C}^N \rightarrow \mathbb{C}^N$ mit $\|U - \text{QFT}_N\| \leq \varepsilon$ realisiert. Hierbei bezeichnet QFT_N die Quanten-Fourier-Transformation auf n Qubits.

Aufgabe 6.2

Wir haben in der Vorlesung gezeigt, dass die Vektoren

$$|u_s\rangle = \frac{1}{\sqrt{r}} \sum_{k=0}^{r-1} e^{-2\pi i s k / r} |x^k \bmod N\rangle$$

Eigenvektoren der Operation

$$U|y\rangle = \begin{cases} |xy \bmod N\rangle, & \text{falls } 0 \leq y \leq N-1, \\ |y\rangle, & \text{falls } y \geq N, \end{cases}$$

sind, wobei $x \in \mathbb{Z}_N^*$. Zeige, dass die Eigenvektoren paarweise orthogonal sind.

Aufgabe 6.3

Finde eine möglichst gute Approximation von 0,893 durch einen Bruch, dessen Zähler und Nenner Zahlen aus dem Bereich $\{1, \dots, 250\}$ sind.