Detlef Sieling Dortmund, den 21.10.2004

Übungen zur Vorlesung
Quantenrechner: Algorithmen und Komplexität
Wintersemester 2004/2005
Blatt 2

Aufgabe 2.1

Wir haben in Aufgabe 1.2 gesehen, dass die Matrix X, die das logische NOT für Qubits realisiert, in der Blochsphäre einer Drehung um 180 Grad um die x-Achse entspricht. Eine andere offensichtliche Möglichkeit zur Realisierung des logischen NOTs scheint eine Spiegelung an der x-y-Ebene der Blochsphäre zu sein. Zeige, dass es keine unitäre Transformation gibt, die diese Spiegelung realisiert.

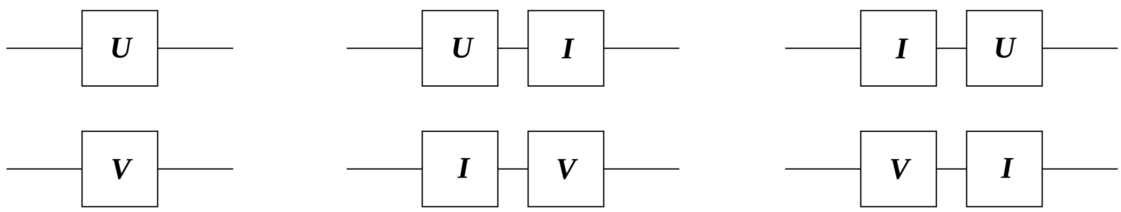
Aufgabe 2.2

Seien U und A zwei $n \times n$-Matrizen, und seien V und B zwei $r \times r$-Matrizen. Seien $|a\rangle \in \mathbb{C}^n$ und $|b\rangle \in \mathbb{C}^r$. Zeige:

a) $U|a\rangle \otimes V|b\rangle = (U \otimes V)(|a\rangle \otimes |b\rangle)$ und $(UA) \otimes (VB) = (U \otimes V)(A \otimes B)$.

b) Wenn U und V unitär sind, ist auch $U \otimes V$ unitär.

c) Zeige (durch Nachrechnen), dass die folgenden drei Quantenschaltkreise äquivalent sind. (Dies zeigt, dass es keine Rolle spielt, ob U und V gleichzeitig oder in beliebiger Reihenfolge nacheinander ausgeführt werden. Insbesondere ist es sinnvoll, die Qubits, die von einem Baustein nicht beeinflusst werden, durch durchgezogene Drähte darzustellen.)



Aufgabe 2.3

Zeige:

a) Jede Permutationsmatrix ist unitär. (Eine Permutationsmatrix ist eine quadratische Matrix, die in jeder Zeile und Spalte genau eine Eins hat und ansonsten nur Nullen enthält.)

b) Zeige, dass sich die Matrix für CNOT nicht als Tensorprodukt von zwei 2×2-Matrizen darstellen lässt.

Aufgabe 2.4

Zeige, dass die beiden folgenden Quantenschaltkreise äquivalent sind. Dies zeigt, dass man Messungen an das Ende der Berechnung des Quantenschaltkreises verschieben kann, wenn (i) nur Messungen in der Standardbasis ausgeführt werden und (ii) das Messergebnis nur noch zum Steuern von Bausteinen benutzt wird, selbst aber nicht mehr durch Operationen verändert wird. Im Buch von Nielsen und Chuang heißt dies „Principle of deferred measurements“.