

Übungen zur Vorlesung  
**Komplexitätstheorie**  
WS 2001/02  
Blatt 15

**Aufgabe 15.1**

Zeige, dass es für jedes  $n \geq 8$  eine Funktion  $f : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}$  gibt, die sich nur durch Schaltkreise mit mehr als  $2^n/2n$  Bausteinen darstellen lässt.

**Hinweis:** Versuche, die Anzahl der Schaltkreise einer bestimmten Maximalgröße abzuschätzen.

**Aufgabe 15.2**

Die Carry-Funktion  $f_n : \{0, 1\}^{2n} \rightarrow \{0, 1\}$  ist definiert gemäß

$$f_n(x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_n) := \bigvee_{1 \leq i \leq n} (x_i \wedge y_i \wedge \dots \wedge y_n).$$

Eine Formel ist ein Schaltkreis, in dem jeder Baustein nur genau einen Ausgang besitzt.

- Gib eine Formel mit linearer Größe für  $f_n$  an. Bestimme die Tiefe dieser Formel.
- Gib eine Formel mit logarithmischer Tiefe für  $f_n$  an. Bestimme die Größe dieser Formel.

Begründe jeweils Deine Antwort.

**Aufgabe 15.3**

Zeige, dass alle polynomiell selbstreduzierbaren Sprachen in PSPACE sind.

**Aufgabe 15.4**

Sei  $Log$  die Menge aller Funktionen  $h : \mathbb{N} \rightarrow \{0, 1\}^*$  mit  $|h(n)| = O(\log(n))$ . Beweise, dass  $P = NP$  ist, falls  $SAT \in P/Log$  ist.

Die Ausgabe der Übungszettel erfolgt immer montags in der Vorlesung. Die Bearbeitungen müssen bis zum darauffolgenden Montag 12:00 Uhr in den gekennzeichneten Briefkasten im Pav. 6 eingeworfen werden. **Bitte Namen und die Gruppennummer nicht vergessen.**