

Ingo Wegener / Martin Sauerhoff
Peter Bollweg, Stefan Droste,
Eike Riedemann, Thomas Wilk,
Holger Willebrandt

Dortmund, 19. Juni
Abgabe: 25. Juni, 12.00 h

Übungen zur Vorlesung
Datenstrukturen, Algorithmen und Programmierung 2 (DAP2)
Sommersemester 2007

Blatt 11

Aufgabe 11.1 (5 Punkte)

(minimale Spannbäume) Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter, zusammenhängender Graph mit Kostenfunktion $c : E \rightarrow \mathbb{R}^+$.

Der duale Kruskal-Algorithmus zur Berechnung eines minimalen Spannbaums für G ist folgendermaßen definiert:

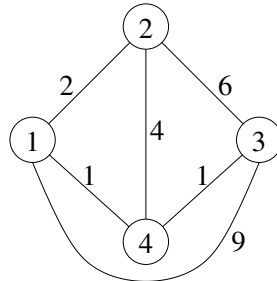
Zu Beginn werden alle Kanten gewählt. Danach werden die Kanten nach absteigenden Kosten sortiert und in dieser Reihenfolge durchlaufen. Es wird jeweils getestet, ob die ausgewählten Kanten ohne die aktuelle Kante weiterhin alle Knoten des Graphen verbinden. Genau dann, wenn dies der Fall ist, wird die Kante aus der Auswahl gelöscht. Danach wird mit der nächsten Kante fortgefahren. Beweise, dass dieser Algorithmus einen minimalen Spannbaum erzeugt.

Aufgabe 11.2 (5 Punkte)

(dynamische Programmierung und Maxsummenproblem) Erkläre, warum der letzte der vorgestellten Maxsummen-Algorithmen (Algorithmus 1.3.4, Skript S. 9 f.) dem Paradigma der dynamischen Programmierung folgt. Identifiziere dazu die behandelten Teilprobleme und die zugehörige Bellmansche Optimalitätsgleichung.

Aufgabe 11.3 (5 Punkte)
(APSP)

- (a) (4 Punkte) Berechne die kürzesten Pfade zwischen allen Knotenpaaren im angegebenen Graphen. Benutze dazu den in der Vorlesung vorgestellten Algorithmus und gib alle entstehenden Distanzmatrizen d_k ($1 \leq k \leq n$) an.



- (b) (1 Punkt) Wir betrachten das All-Pairs Shortest-Walk (APSW) Problem, bei dem nicht nur einfache Wege, sondern auch nicht einfache Wege betrachtet werden. Jede optimale Lösung für APSP ist auch eine optimale Lösung für APSW, da der kürzeste (d.h. kostengünstigste) Weg immer ein kürzester einfacher Weg ist, und umgekehrt. Wir lassen nun die Bedingung, dass die Kantenkosten ≥ 0 sein müssen, fallen. Unterscheidet sich APSP nun von APSW? Begründe dies kurz.

Anmerkung zur Begriffsdefinition: Der Unterschied zwischen einem Weg (engl. *Walk*) und einem einfachen Weg (engl. *Path*) ist der, dass bei einem Weg die selben Knoten und Kanten mehrmals durchlaufen werden dürfen, bei einem einfachen Weg aber nur einmal - abgesehen vom Anfangs- und Endknoten des Weges (vgl. Skript S. 38).

Aufgabe 11.4 (5 Punkte)
(Dijkstra)

Führe den Algorithmus von Dijkstra zum SSSP-Problem mit dem folgendem Beispiel aus. (Dabei gibt es zwischen Knoten 4 und 3 nur die Kante von 4 nach 3 mit Kosten 1.) Gib jeweils die Zwischenschritte an, d.h. den ausgewählten Knoten und die Veränderung der Vorgänger- und Distanzwerte.

