Ingo Wegener / Martin Sauerhoff
Peter Bollweg, Stefan Droste, Eike Riedemann, Thomas Wilk, Holger Willebrandt

Dortmund, 22. Mai
Abgabe: 29. Mai, 10.00 h

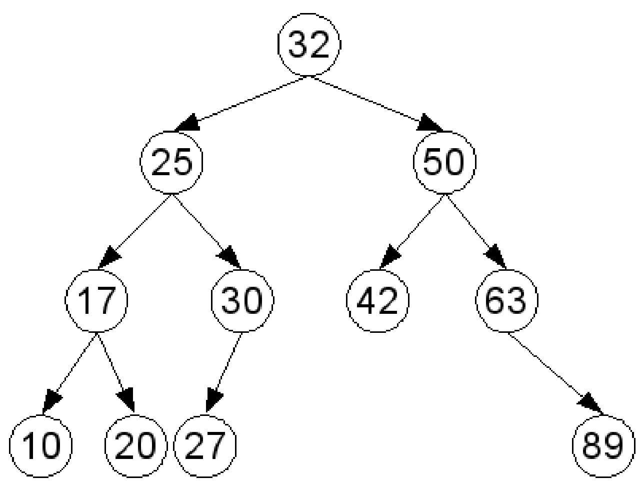
Übungen zur Vorlesung

Datenstrukturen, Algorithmen und Programmierung 2 (DAP2)

Sommersemester 2007

Blatt 7

Aufgabe 7.1 (5 Punkte)
(AVL-Bäume) Gegeben sei der in der Abbildung dargestellte AVL-Baum. Lösche die Schlüssel [10, 20, 42, 32, 63] in der angegebenen Reihenfolge aus dem Baum. Zeichne pro Löschoperation den Baum, gib die notwendige Rotation (einfach oder doppelt) an und veranschauliche die Rotation in dem Baum. Notiere dabei für jeden Knoten den Balancefaktor (vgl. Aufgabe 6.3).



Aufgabe 7.2 (5 Punkte)
(B-Bäume) Gegeben sei ein B-Baum der Ordnung $M \geq 3$ mit N Elementen. Gib die minimale und maximale Tiefe des Baumes exakt an, d.h. beweise Bemerkung 3.5.3 des Skripts (S. 80).

Aufgabe 7.3 (5 Punkte)
(Skip-Listen)

a) Führe die folgenden Operationen auf den anfangs leeren Skiplisten L_1 und L_2 durch und gib nach den einzelnen Schritten jeweils alle beteiligten Listen an. Für die Höhe beim Einfügen eines Elements soll eine Folge von Münzwürfen benutzt werden. Solange die Münzwürfe Kopf (K) ergeben, wird jeweils die Höhe um 1 erhöht, bei Zahl (Z) wird abgebrochen.

   INSERT(L_1,5), INSERT(L_1,9), INSERT(L_1,8), INSERT(L_2,4), INSERT(L_2,3), CONCATENATE(L_2, L_1, L_3), INSERT(L_3,6), DELETE(L_3,8), SPLIT($L_3, 6, L_4, L_5$)

   Für die anstehenden Einfügungen ist dabei die folgende Liste von Münzwürfen zu benutzen:

   Z, K, Z, K, K, K, Z, K, K, Z, Z, Z, Z, K, K, Z, K, K, Z, Z, ...

b) Die Höhe eines Elements einer Skipliste kann in einem iterativen Vorgang ermittelt werden, bei dem eine Münze geworfen und eine Ebene hinzugefügt wird, solange der Wurf „Kopf" ergibt. Es scheint also i.A. möglich zu sein, dass die Funktion nicht terminiert. Alternativ könnte man die Höhe durch eine einzige gleichverteilte Zufallszahl zwischen 0 und H (für eine Höhe H, die groß genug gewählt wird) ermitteln.
   Frage: Warum sollte man die erste Variante der zweiten Variante vorziehen?

Aufgabe 7.4 (5 Punkte)
(Analyse von Skiplisten) Bei Skiplisten wird für jedes neu einzufügende Element die Höhe als die Zahl der Münzwürfe, bis zum ersten Mal „Kopf" fällt, gewählt. Dabei haben wir angenommen, dass die Münze fair ist, sie also mit Wahrscheinlichkeit 1/2 auf „Kopf" bzw. „Zahl" fällt.

Jetzt betrachten wir die Variante, dass wir eine Münze nehmen, die mit Wahrscheinlichkeit p auf „Kopf" und mit Wahrscheinlichkeit $1 - p$ auf „Zahl" fällt. Dabei ist das $p \in (0, 1)$ unbekannt, d. h. die Münze könnte unfair sein.

a) Analysiere die Höhe $H(n, p)$ einer Skipliste mit n Elementen bei Parameter p analog zu Satz 3.7.1. i)

b) Analysiere die erwartete Rechenzeit der Operationen SEARCH, INSERT und DELETE in Abhängigkeit von n und p.