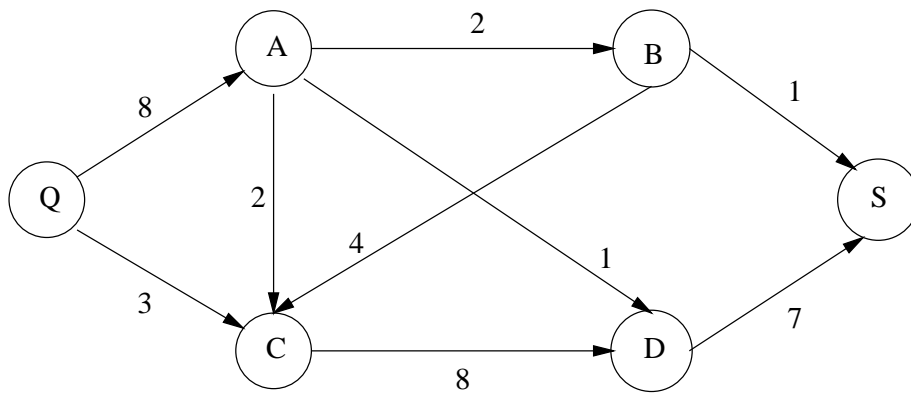


Übungen zur Vorlesung  
**Effiziente Algorithmen**  
SS 2002  
Blatt 12

**Aufgabe 12.1 (4 Punkte)**

Betrachten Sie das folgende Netzwerk:



Versuchen Sie, in diesem Netzwerk einen maximalen Fluss zu bestimmen. Begründen Sie Ihre Wahl.

**Aufgabe 12.2 (4 Punkte)**

Führen Sie die folgenden Varianten des Flussproblems auf die Standardversion der Vorlesung zurück:

- a) Sowohl den Kanten als auch den Knoten sind Kapazitäten zugeordnet. Für einen zulässigen Fluss muss jetzt zusätzlich gelten:

$$\forall v \in V \setminus \{Q\}: \sum_{e=(\cdot, v)} \Phi(e) \leq c(v) \quad \text{und} \quad \sum_{e=(Q, \cdot)} \Phi(e) \leq c(Q),$$

wobei  $c: V \rightarrow \mathbb{N}_0$  die Kapazitäten der Knoten angibt.

- b) Es gibt mehrere Quellen und Senken.
- c) Das Netzwerk ist ungerichtet. Geben Sie eine Formalisierung für das Problem zur Berechnung maximaler Flüsse auf ungerichteten Netzwerken an, und führen Sie dieses Problem auf die Variante zur Berechnung von maximalen Flüssen auf gerichteten Netzwerken zurück.

**Aufgabe 12.3 (4 Punkte)**

Bei einer Arbeitsvermittlung sind  $n$  Personen  $P_1, \dots, P_n$  gemeldet. Der Vermittlung stehen  $m$

Teilzeitjobs  $J_1, \dots, J_m$  zur Verfügung. Für jede Person  $P_i$  ist bekannt, für welche Jobs sie die erforderliche Qualifikation hat, und jede Person kann höchstens zwei Teilzeitjobs annehmen. Die Aufgabe der Arbeitsvermittlung besteht darin, unter Berücksichtigung der Qualifikationen die Personen auf die Jobs zu verteilen, so dass möglichst viele Beschäftigungsverhältnisse entstehen. Dabei wird jeder Job nur einmal vergeben.

Führen Sie dieses Problem auf die Berechnung maximaler Flüsse zurück. Beschreiben Sie also, wie aus einer Eingabe für dieses Problem ein Flussnetzwerk konstruiert werden kann und wie aus einem maximalen Fluss in diesem Netzwerk eine Lösung für das Problem berechnet werden kann.

**Aufgabe 12.4 (4 Punkte)**

Gegeben sei eine „leere“  $p \times q$  Matrix  $M$ . Gegeben sind ferner die Zeilensummen  $a_i$  und die Spaltensummen  $b_j$ , die Aufgabe besteht darin, die Matrix mit Nullen bzw. Einsen so zu füllen, dass sich die Summen dabei ergeben. Wie kann man eine Füllung der Matrix – falls eine solche existiert – effizient durch das Lösen eines geeigneten Flussproblems ermitteln?

Beispiel: Wenn die linke Matrix gegeben ist, kann man sie wie rechts gezeigt füllen.

					3
					2
					2
					1
3	1	2	2		

1	0	1	1
1	0	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0