

Algorithmische Spieltheorie

Sommersemester 2017

Übungsblatt 10

Bitte vereinbart Prüfungstermine wie auf der Webseite beschrieben.

Aufgabe 1: (3+3 Punkte)

Betrachte eine Single-Item Auction mit zwei Bietern, deren Werte unabhängig aus der uniformen Verteilung über $[0, 1]$ gezogen werden.

- (a) Zeige, dass die Second-Price Auction (ohne Reservationspreis) erwartete Einnahmen $\frac{1}{3}$ erzielt, ohne die Ergebnisse der Vorlesung zu nutzen.
- (b) Zeige, dass die Second-Price Auction mit Reservationspreis $\frac{1}{2}$ erwartete Einnahmen $\frac{5}{12}$ erzielt, ohne die Ergebnisse der Vorlesung zu nutzen.

Hinweis: Für alle $y > 0$ berechne jeweils die Wahrscheinlichkeiten, dass die Einnahmen mindestens als y sind, und schließe hieraus auf den Erwartungswert.

Aufgabe 2: (1+3 Punkte)

Betrachte erneut eine Single-Item Auction mit zwei Bietern, deren Werte unabhängig aus der uniformen Verteilung über $[0, 1]$ gezogen werden.

- (a) Zeige, dass die Zufallsvariablen $\varphi_i(v_i)$ uniform über $[-1, 1]$ verteilt sind.
- (b) Nutze Teil (a) und die Ergebnisse aus der Vorlesung, um anzugeben, wie groß die erwarteten Einnahmen einer Second-Price Auction mit Reservationspreis p sind, in Abhängigkeit von $p \in [0, 1]$.

Aufgabe 3: (2+2+2 Punkte)

Berechne die Virtueller-Wert-Funktion für die folgenden Verteilungen.

- (a) Uniforme Verteilung auf $[a, b]$.
- (b) Exponentielle Verteilung mit Rate $\lambda > 0$ (auf $[0, \infty)$).
- (c) Die Verteilung gegeben durch $F(v) = 1 - \frac{1}{(v+1)^c}$ auf $[0, \infty)$, wobei $c > 0$ eine beliebige Konstante ist.

Welche dieser Verteilungen ist regulär?

Aufgabe 4: (4 Punkte)

Gib ein Beispiel an, so dass die Allokationsfunktion, die die Summe der Virtuellen Werte maximiert nicht truthful ist. Gib dazu die Verteilung an sowie ein Paar v_i, b_i , so dass $u_i((v_i, b_{-i}), v_i) < u_i((b_i, b_{-i}), v_i)$.

Hinweis: Es reicht, einen einzigen Bieter zu betrachten.