

## Algorithmische Spieltheorie

Sommersemester 2017

### Übungsblatt 9

#### Aufgabe 1: (5 Punkte)

In der Vorlesung haben wir einen Mechanismus für kombinatorische Auktionen kennengelernt und gezeigt, dass er eine  $\sqrt{m}$ -Approximation liefert und truthful ist, wenn die Mengen  $S_i^*$  bekannt sind. Zeige, dass der Mechanismus immer noch truthful ist, wenn die Bieter hinsichtlich dieser Menge lügen können. Formal handelt es sich also um einen Mechanismus im Rahmen des Modells aus Vorlesung 9, wobei  $V_i$  die Menge aller Funktionen der Form  $v_i(S) = v_i^*$ , wenn  $S \supseteq S_i^*$  und  $v_i(S) = 0$  sonst.

#### Aufgabe 2: (3+2 Punkte)

Betrachte den Greedy-Algorithmus, der die Gebote absteigend nach  $\frac{v_i^*}{|S_i^*|}$  sortiert und anschließend vorgeht wie die Algorithmen aus der Vorlesung.

- Zeige, dass dieser Algorithmus eine  $d$ -Approximation ist.
- Gib ein Beispiel an, in dem die berechnete Lösung um einen Faktor  $d$  schlechter ist als die optimale.

Für beide Teilaufgaben, soll  $d$  beliebig sein.

#### Aufgabe 3: (3+1 Punkte)

Wir betrachten den Greedy-by-Value-Algorithmus für kombinatorische Auktionen aus der Vorlesung.

- Erweitere den Algorithmus so, dass jeder Bieter eine Liste von Mengen  $S_i^1, \dots, S_i^k$  und Werten  $v_i^1, \dots, v_i^k$  abgeben kann, so dass er Wert  $v_i^j$  hat, wenn er Menge  $S_i^j$  erhält. **Der Wert eine Menge  $S$  ist gegeben als  $v_i(S) = \max_{j: S \supseteq S_i^j} v_i^j$ .** Zeige, dass dieser Algorithmus eine  $d + 1$ -Approximation ist.

**Hinweis:** Es kann hilfreich sein, zusätzliche Items hinzuzufügen und die Ergebnisse aus der Vorlesung zu nutzen.

- Wieso kann dieser Algorithmus nicht zu einem Truthful Mechanism implementiert werden?

**Hinweis:** Vorlesung 9

#### Aufgabe 4: (3+3 Punkte)

Eine nützliche Technik, um truthful Mechanisms zu konstruieren, sind *maximal-in-range*-Algorithmen (MIR-Algorithmen). Diese legen eine beschränkte Menge  $X' \subseteq X$  unabhängig von  $b$  bzw.  $v$  fest. Anschließend optimieren sie exakt über die Menge  $X'$ .

- Nutze die Ergebnisse aus Vorlesung 9, um mit Hilfe eines MIR-Algorithmus einen Truthful Mechanism anzugeben. Zeige die Truthfulness.
- Argumentiere, weshalb der Greedy-by-Value-Algorithmus aus Vorlesung 10 kein MIR-Algorithmus ist.