

Algorithmische Spieltheorie

Sommersemester 2017

Übungsblatt 8

Aufgabe 1: (2 Punkte)

Wir betrachten den Fall einer Auktion von k identischen Gegenständen. Bieter i hat Wert v_i , falls er mindestens einen dieser Gegenstände erhält, 0 sonst. Nutze die VCG-Ergebnisse aus der Vorlesung, um einen Truthful Mechanism anzugeben. Gib hierbei die Funktion f explizit an und zeige, welche Funktion p sich ergibt.

Aufgabe 2: (3+3 Punkte)

- (a) In der Vorlesung haben wir den Greedy-Algorithmus für kantengewichtetes Matching angeschaut. Zeige, dass dessen Lösung in jeder Komponente monoton ist. Das heißt: Ist e eine Kante, die vom Algorithmus ausgewählt wird, so wird sie immer noch ausgewählt, wenn ihr Gewicht erhöht wird und alle anderen Gewichte unverändert bleiben.
- (b) Betrachte ein Single-Parameter-Problem und sei f die Funktion, die $\sum_i b_i x_i$ über alle $x \in X$ maximiert. Zeige, dass f monoton ist.

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Wie in der Vorlesung sei $f: V \rightarrow X$ eine Funktion, die den Declared Welfare maximiert, d.h. $f(b) \in \arg \max_{x \in X} \sum_i b_i(x)$ für alle $b \in V$. Für jedes i sei h_i eine beliebige Funktion $b_{-i} \mapsto h_i(b_{-i})$, die nicht von b_i abhängt und definiere den Mechanismus $M = (f, p)$ über

$$p_i(b) = h_i(b_{-i}) - \sum_{j \neq i} b_j(f(b)) .$$

Zeige, dass M truthful ist.

Aufgabe 4: (4+4 Punkte)

Betrachte folgende Procurement Auction. Es wird versucht, einen festen Gegenstand zu kaufen. Es gibt n Verkäufer, die ihn herstellen können. Verkäufer i entstehen Kosten c_i für die Herstellung. Die Verkäufer sollen nun ihre Kosten nennen und es soll ein Verkäufer mit möglichst niedrigen Kosten ausgewählt werden. Dieser erhält möglicherweise eine Bezahlung. Dieses Problem kann im allgemeinen Modell aus der Vorlesung dargestellt werden. Die Verkäufer sind die Bieter; sie haben nun negative Werte für v_i , wenn sie ausgewählt werden, d.h. $v_i(x) = -c_i$, wenn i in x ausgewählt wird.

- (a) Die Ergebnisse zu VCG aus der Vorlesung gelten auch hier. Nutze sie, um einen truthful Mechanism anzugeben. Dieser ist nicht individually rational.
- (b) Nutze die Ergebnisse aus Aufgabe 3, um den Mechanismus so zu verändern, dass er individually rational ist.