

**Algorithmische Spieltheorie**

Sommersemester 2017

## Übungsblatt 5

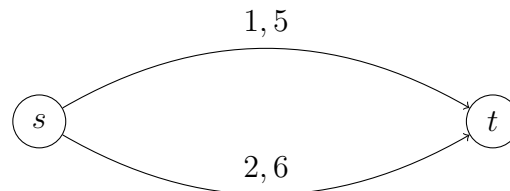
Wegen des Feiertags gebt die Lösungen diesmal bitte in Büro 315, Otto-Hahn-Str. 14, ab. Alternativ könnt ihr sie auch per E-Mail schicken.

**Aufgabe 1:** (4 Punkte)

Gib ein Beispiel einer Instanz für das stabile Mitbewohnerproblem an, in dem kein stabiles Matching existiert und beweise dies.

**Aufgabe 2:** (1+3+1 Punkte)

Betrachte folgendes symmetrisches Network Congestion Game mit zwei Spielern:



(a) Was sind der Price of Anarchy und der Price of Stability für reine Nash-Gleichgewichte?

(b) Was sind der Price of Anarchy und der Price of Stability für gemischte Nash-Gleichgewichte?

**Hinweis:** Beginne zunächst damit, alle gemischten Nash-Gleichgewichte zu bestimmen. Fange dabei mit einem Satz an wie „Sei  $\sigma$  ein gemischtes Nash-Gleichgewicht mit  $\sigma_1 = (\lambda_1, 1 - \lambda_1)$ ,  $\sigma_2 = (\lambda_2, 1 - \lambda_2)$ “ und leite dann Eigenschaften von  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  her.

(c) Welches ist die beste Price-of-Anarchy-Schranke, die mit Smoothness gezeigt werden kann?

**Aufgabe 3:** (3 Punkte)

Gib für jedes  $M \geq 1$  ein Network Congestion Game mit zwei Spielern an, dessen Price of Anarchy für reine Nash-Gleichgewichte mindestens  $M$  ist.

**Aufgabe 4:**

(2+2 Punkte)

Fair Cost Sharing Games sind Congestion Games mit Latenzfunktionen der Form  $d_r(x) = c_r/x$  für eine Konstante  $c_r$  für alle  $r \in \mathcal{R}$ .

- (a) Zeigen, dass Fair Cost Sharing Games mit  $n$  Spielern  $(n, 0)$ -smooth sind.
- (b) Gib für jedes  $n$  ein Beispiel eines Fair Cost Sharing Games mit  $n$  Spielern an, dessen Price of Anarchy für reine Nash-Gleichgewichte mindestens  $n$  ist.

**Aufgabe 5:**

(4 Punkte)

In der Vorlesung haben wir für die Definition des Price of Anarchy die sozialen Kosten festgelegt als  $cost(s) = \sum_{i \in \mathcal{N}} c_i(s)$ . Bezeichnen wir diese Definition im Folgenden mit  $POA_{Eq}^{\Sigma}$ . Eine andere Sinnvolle Festlegung wäre  $cost(s) = \max_{i \in \mathcal{N}} c_i(s)$ . Dies ergibt eine analoge Definition  $POA_{Eq}^{\max}$ .

Gib je ein Beispiel für ein Spiel an, in dem  $POA_{PNE}^{\Sigma} > POA_{PNE}^{\max}$  bzw.  $POA_{PNE}^{\Sigma} < POA_{PNE}^{\max}$  gilt.