Thomas Kesselheim

25. April 2017
Abgabe: bis 2. Mai 2017, 12:00

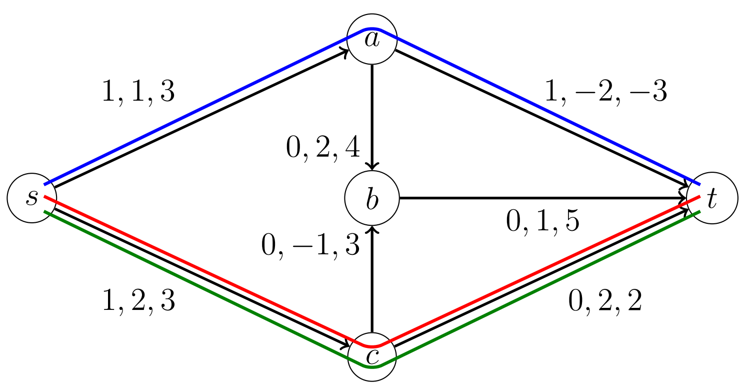
Algorithmische Spieltheorie

Sommersemester 2017

Übungsblatt 1

Wegen des Feiertags gebt die Lösungen diesmal bitte in Büro 315, Otto-Hahn-Str. 14, ab. Alternativ könnt ihr sie auch in Briefkasten 22 im Erdgeschoss Otto-Hahn-Str. 14 (eigentlich für DAP2-Übungsgruppen 4, 13, 23) einwerfen. In jedem Fall sollten die Abgaben natürlich beschriftet sein.
Abgabe der Lösungen bis zum 02.05.2017, 12 Uhr in Gruppen von bis zu drei Studierenden.

Aufgabe 1: (4 Punkte)
Betrachte das folgende symmetrische Network Congestion Game mit drei Spielern Blau, Rot und Grün und den angegebenen Anfangsstrategien. Finde ein reines Nash-Gleichgewicht durch Angabe eine Folge von Verbesserungsschritten, die jeweils beste Antworten sind.



Aufgabe 2: (6 Punkte)
Gib ein Bespiel für ein symmetrisches Network Congestion Game (Strategien sind s-t-Pfade in einem Graph mit demselben s und t für alle Spieler) an mit monoton steigenden Latenzfunktionen, so dass es mindestens zwei reine Nash-Gleichgewichte mit unterschiedlichen sozialen Kosten gibt. Die sozialen Kosten sind definiert als die Summer der Kosten aller Spieler $\sum_{i \in \mathcal{N}} c_i(S)$.

Aufgabe 3: (4 Punkte)
Gib ein Beispiel eines Spiels an (als Bimatrix-Spiel), das ein reines Nash-Gleichgewicht hat, aber auch eine unendliche Sequenz von Verbesserungsschritten.

Aufgabe 4 auf der nächsten Seite.

Aufgabe 4: (5+1 Punkte)

In einem *gewichteten* Congestion Game hat jeder Spieler $i \in \mathcal{N}$ ein individuelles Gewicht $w_i > 0$. Die Latenz einer Ressource hängt nun von der Summe der Gewichte der Spieler ab, die sie verwenden, statt nur von deren Anzahl. Für eine formale Definition könnten wir die Definition von $n_r(S)$ durch $n_r(S) = \sum_{i:r \in S_i} w_i$ ersetzen und Latenzfunktionen $d_r \colon \mathbb{R}_{\geq 0} \to \mathbb{R}$ betrachtet. Wie im ungewichteten Fall sind die Kosten von Spieler i nun $c_i(S) = \sum_{r \in S_i} d_r(n_r(S))$.

(a) Zeige dass gewichtete Congestion Games nicht die *Finite-Improvement Property* erfüllen, sogar mit zwei Spielern, drei Ressourcen und zwei Strategien pro Spieler.

Hinweis: Betrachte $\mathcal{N} = \{1, 2\}$, $w_1 = 1$, $w_2 = 2$, $R = \{a, b, c\}$, $\Sigma_1 = \{\{a\}, \{b, c\}\}$, $\Sigma_2 = \{\{b\}, \{a, c\}\}$. Wähle Latenzfunktionen, so dass

$$(\{a\}, \{b\}) \to (\{a\}, \{a, c\}) \to (\{b, c\}, \{a, c\}) \to (\{b, c\}, \{b\}) \to (\{a\}, \{b\})$$

eine Verbesserungssequenz mit besten Antworten ist.

(b) Zeige mithilfe von Aufgabenteil (a), dass es auch nicht zwangsläufig ein reines Nash-Gleichgewicht gibt.