

TIfAI Übung – Blatt 8

Ausgabedatum: 24.5.2011 — Abgabedatum: 30.5.2011, 14:00 Uhr

Aufgabe 8.1: Rekursive Sprachen

Kurzaufgabe (1 Punkt):

Sei L eine nicht rekursive Sprache. Zeige, dass $L' = \{0x \mid x \notin L\} \cup \{1x \mid x \in L\}$ nicht rekursiv aufzählbar ist.

Hauptaufgabe (4 Punkte):

- Entwirf einen Algorithmus, der bei einer Eingabe $\langle M_1 \rangle \# \langle M_2 \rangle \# x$ ausgibt, welche der beiden Turingmaschinen M_1 und M_2 auf der Eingabe x hält. Falls beide Turingmaschinen auf der Eingabe halten, darf der Algorithmus 1 oder 2 ausgeben. Falls keine Turingmaschine hält, soll auch der Algorithmus nicht terminieren.
- Zeige folgende Behauptung:
Angenommen die Sprachen L_1 und L_2 sind rekursiv aufzählbar. Falls sowohl $L_1 \cup L_2$ als auch $L_1 \cap L_2$ rekursiv sind, dann sind L_1 und L_2 auch rekursiv.

Aufgabe 8.2: Postsches Korrespondenzproblem

Kurzaufgabe (1 Punkt):

Betrachte folgende Variante des PKPs:

Beschränktes PKP (BPKP)

Eingabe: Endliche Menge $K = \{(x_1, y_1), \dots, (x_k, y_k)\}$ von Wortpaaren über einem endlichen Alphabet Σ .

Frage: Gibt es eine Folge $i_1, \dots, i_n \in \{1, \dots, k\}$ mit $n \leq k$ und $x_{i_1} \cdots x_{i_n} = y_{i_1} \cdots y_{i_n}$?

Betrachte folgende Behauptungen:

- BPKP ist nicht rekursiv.
- BPKP ist rekursiv aufzählbar.
- BPKP ist in NP.

Welche Behauptungen sind korrekt bzw. falsch? Begründe deine Antwort.

Hauptaufgabe (4 Punkte):

Wir betrachten die Einschränkung des Postschen Korrespondenzproblems, bei dem nur Wörter aus dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ erlaubt sind. Dieses Problem nennen wir 0/1-PKP.

- Gib für folgende Instanzen des 0/1-PKP ein Lösung an oder zeige, dass es nicht lösbar ist.
 - $K = \{(10, 1), (11, 01), (01, 0), (0, 010)\}$
 - $K = \{(01, 1), (110, 011), (01, 10), (0, 011)\}$
 - $K = \{(1, 10), (0, 00), (01, 0), (1, 111)\}$
- Zeige, dass 0/1-PKP nicht rekursiv ist.

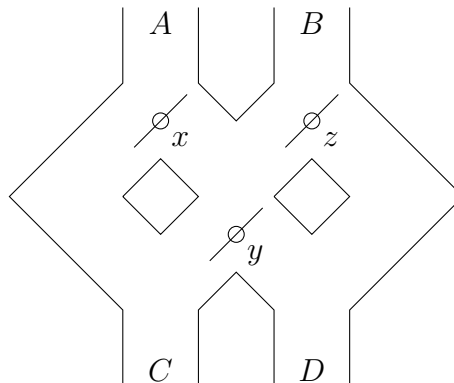
Aufgabe 8.3: Endliche Automaten

Kurzaufgabe (1 Punkt):

Was ist der Unterschied zwischen einer Turingmaschine und einem endlichen Automaten?

Hauptaufgabe (4 Punkte):

In die folgende Apparatur



können in die Eingänge A und B Murmeln geworfen werden. Je nach Stellung der Wippen x , y und z nehmen sie ihren Weg und kommen dann aus Eingang C oder D wieder heraus. Läuft eine Murmel entlang einer Wippe, verändert diese anschließend ihre Stellung, so dass die nächste Murmel, die an dieser Wippe vorbeikommt, den anderen Weg nimmt.

Ein Wort $w \in \{A, B\}^*$ gibt uns eine Folge von Murmeln an, die wir den Zeichen des Wortes entsprechend in Eingang A oder B einwerfen. Die Sprache

$$L_D = \{w \in \{A, B\}^* \mid \text{Die letzte Kugel der durch } w \text{ definierten Folge kommt aus Ausgang } D.\}$$

ist regulär. Konstruiere einen endlichen Automaten, der L_D erkennt.

Testfragen:

- Was kannst du über den Durchschnitt, die Vereinigung und das Komplement von rekursiven bzw. rekursiv aufzählbaren Sprachen sagen?
- Warum ist das Postsche Korrespondenzproblem nicht rekursiv?
- Wann ist eine Sprache regulär?