technische universität dortmund

Christian Sohler, Melanie Schmidt
Lehrstuhl 2, Fakultät für Informatik
Wintersemester 2009/2010

AuD Übung – Präsenzübung 2

Ausgabedatum: 28.10.2009 — Besprechung: 4.11.2009

Aufgabe 2.1: Lineare Unterräume

Zeige: Im $\mathbb{R}^2$ ist $y = ax + b$ genau dann ein linearer Unterraum, wenn $b = 0$ ist.

Aufgabe 2.2: Verschiedene lineare Kombinationen

Seien $a_1, \dots a_m$ Vektoren im $\mathbb{R}^d$ und $\lambda_1, \dots, \lambda_m \in \mathbb{R}$ reelle Zahlen. Die Summe $x = \sum_{i=1}^m \lambda_i a_i$ ist wieder ein Vektor und heißt Linearkombination von a_1 bis a_m. Man erhält bestimmte Linearkombinationen, wenn man zusätzliche Bedingungen an die λ_i stellt. Insbesondere heißt x *affine* Kombination, wenn $\sum_{i=1}^m \lambda_i = 1$ ist, und *konvexe* Kombination, wenn $\sum_{i=1}^m \lambda_i = 1$ und $\lambda_i \geq 0$ für $i = 1, \dots, m$ gilt.

Betrachte die Vektoren $a_1 = (0, 4, 2)$, $a_2 = (6, 3, 2)$ und $c = (2, 4, 4)$.

- Zeichne die Menge aller nicht negativen Linearkombinationen von a_1, a_2 und a_3, d.h. die Menge aller x, die man als $x = \sum_{i=1}^m \lambda_i x_i$ mit $\lambda_i \geq 0$ für $i = 1, \dots, m$ schreiben kann.
- Zeichne die Menge aller affinen Kombinationen von a_1, a_2 und a_3.
- Zeichne die Menge aller konvexen Kombinationen von a_1, a_2 und a_3.

Aufgabe 2.3: Dualität

Gesucht ist die optimale Lösung des folgenden linearen Programms:

$$\begin{array}{lll} \max & -\frac{3}{2}x_1 - 6x_2 + x_3 & \\ \text{unter} & \frac{1}{2}x_1 - x_2 + x_3 & \leq -2 \\ & -x_1 - x_2 & \leq -1 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 & \end{array}$$

Stelle das duale Programm auf und zeichne es, so dass Du die optimale Lösung des dualen Programms ablesen kannst. Hilft diese Information dabei, eine optimale Lösung für das primale Programm zu finden ?

Aufgabe 2.4: Ganzzahlige lineare Programmierung

Beim Rucksackproblem sind n Objekte gegeben, wobei Objekt i Gewicht g_i und Nutzen v_i hat ($i = 1, \dots, n$). Außerdem ist eine Gewichtsschranke G gegeben. Gesucht wird eine Auswahl der Objekte, so dass der Gesamtwert der ausgewählten Objekte maximal ist, wobei das Gesamtgewicht der ausgewählten Objekte G nicht überschreiten darf. Formuliere das Problem als ganzzahliges lineares Programm.