

## DAP2 – Heimübung 12

Ausgabedatum: 30.06.17 — Abgabedatum: Montag 10.07.12 Uhr

Schreiben Sie unbedingt immer Ihren **vollständigen Namen**, **Ihre Matrikelnummer** und **Ihre Gruppennummer** auf Ihre Abgaben!

### Aufgabe 12.1 (5 Punkte): (Graphen)

Ein ungerichteter Graph  $G = (V, E)$  heißt **zusammenhängend**, wenn man von jedem Knoten  $u \in V$  aus jeden anderen Knoten  $v \in V$  erreichen kann. Sei  $|V| = n$ .

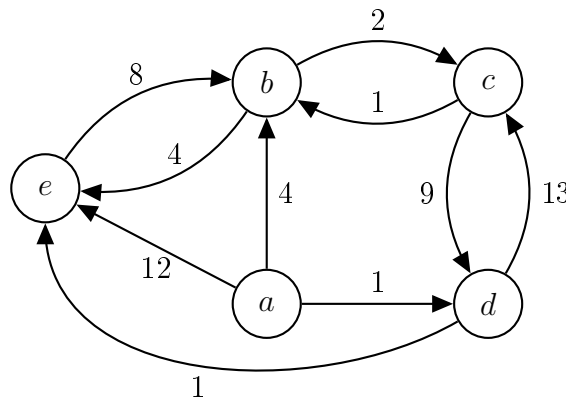
- a) Es gilt folgende Aussage: ein zusammenhängender Graph ohne Schleifen (d.h. ohne Kanten der Form  $(v, v)$  für  $v \in V$ ) hat mindestens  $n - 1$  Kanten. Argumentieren Sie, warum folgender Induktionsbeweisversuch falsch ist.

"**I.A.** Für  $n = 1$  gilt die Aussage, da  $1 - 1 = 0$  Kanten immer vorhanden sind. **I.V.** Jeder zusammenhängende Graph mit  $n - 1$  Knoten enthält mindestens  $n - 2$  Kanten. **I.S.** Aus einem Graphen mit  $n$  Knoten entfernen wir einen beliebigen Knoten, der Restgraph hat nach Induktionsvoraussetzung  $n - 2$  Kanten. Da der entfernte Knoten mit den anderen  $n - 1$  Knoten verbunden sein muss, damit der Graph zusammenhängend ist, enthält der Graph mindestens  $n - 1$  Kanten."

- b) Wie viele Kanten hat ein zusammenhängender Graph ohne Schleifen höchstens? Begründen Sie Ihre Antwort.
- c) Wie viele Kanten hat ein ungerichteter Graph  $G = (V, E)$  ohne Schleifen höchstens, wenn er **nicht** zusammenhängend ist? Begründen Sie Ihre Antwort.

### Aufgabe 12.2 (5 Punkte): (Algorithmus von Dijkstra)

- a) Die Eingabe besteht aus dem folgenden Graphen.



Führen Sie jetzt Algorithmus von Dijkstras ausgehend von  $a$  als Startknoten aus und füllen Sie dabei folgendes Schema aus, solange weitere Iterationen benötigt werden:

Nach dem 0. Durchlauf (Initialisierung)      nach dem 1. Durchlauf

	a	b	c	d	e
d	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
color	w	w	w	w	w

	a	b	c	d	e
d					
color					

Q:  $(a,0),(b,\infty),(c,\infty),(d,\infty),(e,\infty)$

Q:

usw. Beachten Sie dabei:

- i) Geben Sie die Werte nach jedem Durchlauf der while-Schleife im Pseudocode aus der Vorlesung an. Füllen Sie das Schema solange aus, bis alle Knoten schwarz sind.
  - ii) Verwenden Sie als Prioritätsschlange  $Q$  eine sortierte Liste, in der Tupel der Form  $(\text{Knoten}, \text{Distanzwert})$  gespeichert sind, sortiert nach dem Distanzwert. Geben Sie den Inhalt von  $Q$  jeweils unter der Tabelle an.
  - iii) Die Farben dürfen mit s und w abgekürzt werden.
- b) In dem Aufgabenteil a) haben Sie Dijkstras Algorithmus ausgeführt und dabei als Prioritätsschlange eine sortierte Liste verwendet. Erklären Sie, welchen Nachteil bezüglich Laufzeit die Wahl dieser Prioritätsschlange hat, im Vergleich zur der Prioritätsschlange aus der Vorlesung.